

**Миодраг Живковић**

# **АЛГОРИТМИ**

**МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ**

**БЕОГРАД, 2000.**

# Садржај

<b>Поглавље 1. Математичка индукција</b> .....	1
1.1. Увод .....	1
1.2. Два једноставна примера .....	2
1.3. Бројање области на које је подељена раван .....	2
1.4. Проблем са бојењем равни .....	3
1.5. Пример са сумирањем .....	4
1.6. Ојлерова формула .....	4
1.7. Грејови кодови .....	5
1.8. Налажење дисјунктних путева у графу .....	7
1.9. Неједнакост између аритметичке и геометријске средине .....	9
1.10. Инваријанта петље — доказ исправности алгорита .....	10
1.11. Најчешће грешке .....	11
1.12. Резиме .....	12
Задаци .....	12
<b>Поглавље 2. Анализа алгоритама</b> .....	15
2.1. Увод .....	15
2.2. Асимптотска ознака $O$ .....	16
2.3. Временска и просторна сложеност .....	18
2.4. Сумирање .....	18
2.5. Диференцне једначине .....	20
2.6. Резиме .....	27
Задаци .....	27
<b>Поглавље 3. Структуре података</b> .....	31
3.1. Елементарне структуре података .....	32
3.2. Стабла .....	34
3.3. Хип .....	36
3.4. Бинарно стабло претраге .....	38
3.5. АВЛ стабла .....	44
3.6. Хеш табеле .....	47
3.7. Проблем формирања унија .....	50
3.8. Графови .....	52
3.9. Резиме .....	53
Задаци .....	54

<b>Поглавље 4. Конструкција алгоритама индукцијом</b> .....	57
4.1. Увод .....	57
4.2. Израчунавање вредности полинома .....	57
4.3. Максимални индуковани подграф .....	59
4.4. Налажење бијекције .....	61
4.5. Проблем проналажења звезде .....	64
4.6. Пример примене декомпозиције: максимум скупа правоугаоника .....	66
4.7. Израчунавање фактора равнотеже бинарног стабла .....	69
4.8. Налажење максималног узастопног подниза .....	70
4.9. Појачавање индуктивне хипотезе .....	72
4.10. Динамичко програмирање, проблем ранца .....	72
4.11. Уобичајене грешке .....	75
4.12. Резиме .....	76
Задаци .....	77
<b>Поглавље 5. Алгоритми за рад са низовима и скуповима</b> .....	79
5.1. Увод .....	79
5.2. Бинарна претрага и варијације .....	79
5.3. Сортирање .....	85
5.4. Ранговске статистике .....	102
5.5. Компресија података .....	104
5.6. Тражење узорка у тексту .....	108
5.7. Упоредивање низова .....	115
5.8. Пробабилистички алгоритми .....	119
5.9. Резиме .....	122
Задаци .....	123
<b>Поглавље 6. Графовски алгоритми</b> .....	127
6.1. Увод .....	127
6.2. Ојлерови графови .....	129
6.3. Обиласци графова .....	130
6.4. Тополошко сортирање .....	142
6.5. Најкраћи путеви из задатог чвора .....	145
6.6. Минимално повезујуће стабло .....	152
6.7. Сви најкраћи путеви .....	156
6.8. Транзитивно затворење .....	158
6.9. Упаривање .....	160
6.10. Транспортне мреже .....	164
6.11. Хамилтонови циклуси .....	170
6.12. Резиме .....	173
Задаци .....	173
<b>Поглавље 7. Геометријски алгоритми</b> .....	181
7.1. Увод .....	181
7.2. Утврђивање да ли задата тачка припада многоуглу .....	182

7.3.	Конструкција простог многоугла .....	185
7.4.	Конвексни омотач .....	187
7.5.	Најближи пар тачака .....	192
7.6.	Пресеци хоризонталних и вертикалних дужи .....	196
7.7.	Резиме .....	201
	Задаци .....	201
<b>Поглавље 8. Алгебарски алгоритми .....</b>		<b>205</b>
8.1.	Увод .....	205
8.2.	Степеновање .....	206
8.3.	Еуклидов алгоритам .....	207
8.4.	Множење полинома .....	210
8.5.	Множење матрица .....	211
8.6.	Брза Фуријеова трансформација .....	214
8.7.	Резиме .....	219
	Задаци .....	220
<b>Поглавље 9. Примене у криптографији .....</b>		<b>223</b>
9.1.	Увод .....	223
9.2.	Класична криптографија .....	227
9.3.	Случајна шифра .....	229
9.4.	DES .....	230
9.5.	RSA .....	240
9.6.	Резиме .....	243
	Задаци .....	243
<b>Поглавље 10. Редукције .....</b>		<b>245</b>
10.1.	Увод .....	245
10.2.	Примери редукција .....	246
10.3.	Редукције на проблем линеарног програмирања .....	249
10.4.	Примена редукција на налажење доњих граница .....	253
10.5.	Уобичајене грешке .....	256
10.6.	Резиме .....	258
	Задаци .....	258
<b>Поглавље 11. NP-комплетност .....</b>		<b>261</b>
11.1.	Увод .....	261
11.2.	Редукције полиномијалне временске сложености .....	262
11.3.	Недетерминизам и Кукова теорема .....	264
11.4.	Примери доказа NP-комплетности .....	272
11.5.	Технике за рад са NP-комплетним проблемима .....	282
11.6.	Резиме .....	293
	Задаци .....	294
<b>Поглавље 12. Паралелни алгоритми .....</b>		<b>295</b>
12.1.	Увод .....	295

12.2. Модели паралелног израчунавања.....	296
12.3. Алгоритми за рачунаре са заједничком меморијом.....	298
12.4. Алгоритми за мреже рачунара.....	309
12.5. Систолички алгоритми.....	321
12.6. Резиме.....	323
Задаци.....	324
<b>Поглавље 13. Упутства и решења задатака.....</b>	<b>327</b>
13.1. Математичка индукција.....	327
13.2. Анализа алгоритама.....	332
13.3. Структуре података.....	336
13.4. Конструкција алгоритама индукцијом.....	340
13.5. Алгоритми за рад са низовима и скуповима.....	344
13.6. Графовски алгоритми.....	351
13.7. Геометријски алгоритми.....	362
13.8. Алгебарски алгоритми.....	368
13.9. Примене у криптографији.....	372
13.10. Редукције.....	374
13.11. NP-комплетност.....	377
13.12. Паралелни алгоритми.....	379
<b>Српско-енглески и енглеско-српски термилошки речник.....</b>	<b>385</b>
Српско-енглески речник.....	385
Енглеско-српски речник.....	390
<b>Литература.....</b>	<b>395</b>
<b>Индекс.....</b>	<b>397</b>